

**Tentamen Algebra 2, 2WF10, maandag 18 januari 2009, 14.00–17.00 uur**

---

Het tentamen bestaat uit 5 vraagstukken, verspreid over 2 pagina's.

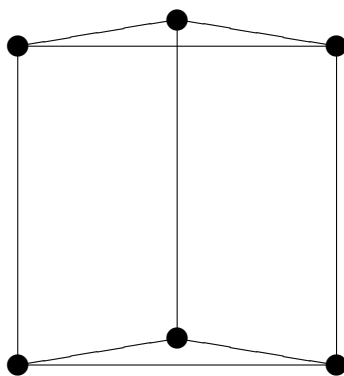
**Beredeneer uw antwoorden!**

---

1. Zij  $R$  de ring  $\mathbb{Z}[i]$  (ook bekend als “de gehelen van Gauss”) en  $I$  het ideaal in  $R$  voortgebracht door het element 5.
  - (a) Is  $I$  een priemideaal?
  - (b) Is  $I$  een maximaal ideaal?
  
2. Zij  $S$  de verzameling  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$  voorzien van de bewerking  $*$  gegeven door
$$x * y := \max(x, y).$$
  - (a) Is deze bewerking commutatief?
  - (b) Is deze bewerking associatief?
  - (c) Is er een neutraal element?
  - (d) Is  $S$  met  $*$  en mogelijk andere bewerkingen een halfgroep (semigroup)?
  - (e) Is  $S$  met  $*$  en mogelijk andere bewerkingen een monoïde?
  - (f) Is  $S$  met  $*$  en mogelijk andere bewerkingen een groep?
  
3. Zij  $\mathbb{F}_3$  het lichaam met 3 elementen.
  - (a) Hoeveel monische polynomen van graad 2 zijn er in  $\mathbb{F}_3[X]$ ?
  - (b) Hoeveel van deze zijn irreducibel? Welke?
  - (c) Hoeveel monische polynomen van graad 4 zijn er in  $\mathbb{F}_3[X]$ ?
  - (d) Hoeveel van deze zijn irreducibel? Geef er een (en bewijs dat die irreducibel is).

zie volgende pagina

4.  $D_4$  is de groep van symmetrieën van het vierkant.
- (a) Geef alle elementen van  $D_4$ .
  - (b) Bepaal de conjugatieklassen van  $D_4$ .
5. Beschouw de graaf hieronder (met 6 punten en 9 kanten).
- (a) Bepaal de grootte van de automorfismengroep van deze graaf.
  - (b) Is de groep transitief op de punten?
  - (c) Is de groep transitief op de kanten?
  - (d) Is de groep transitief op de driehoeken?



---

Voor de opgaven kunnen de volgende aantallen punten worden behaald:

Opg. 1a: 4 pt.	Opg. 2a: 1 pt.	Opg. 3a: 2 pt.	Opg. 4a: 3 pt.
1b: 4 pt.	2b: 1 pt.	3b: 2 pt.	4b: 5 pt.
	2c: 1 pt.	3c: 2 pt.	Opg. 5a: 5 pt.
	2d: 2 pt.	3d: 2 pt.	5b: 1 pt.
	2e: 1 pt.		5c: 1 pt.
	2f: 2 pt.		5d: 1 pt.

Het cijfer wordt bepaald door het totaal der behaalde punten door 4 te delen en het resultaat tot een geheel cijfer af te ronden.